

PRÓBAÉRETTSÉGI VIZSGA • 2017. február 18.

MATEMATIKA

EMELT SZINTŰ PRÓBAÉRETTSÉGI VIZSGA

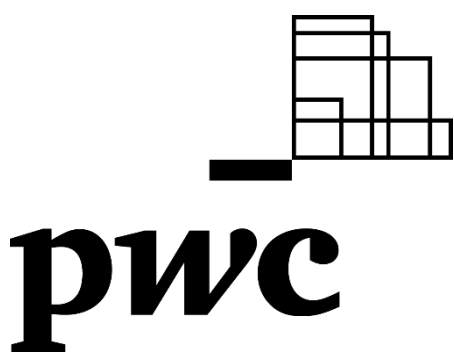
2017. február 18.

Az írásbeli próbavizsga időtartama: 240 perc

Kérjük, nyomtatott, nagy betűkkel töltsé ki!

Név	
E-mail cím	
Tanárok neve	
Pontszám	

**STUDIUM GENERALE
MATEMATIKA SZEKCIÓ**



Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 240 perc fordítható, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A II. részben kitűzött öt feladat közül csak négyet kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladatra nem kap pontot.



4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetők legyenek!**
7. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasságtétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, de az alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell. Egyéb tétel(ek)re való hivatkozás csak akkor fogadható el teljes értékűnek, ha az állítást minden feltételével együtt pontosan mondja ki (bizonyítás nélkül), és az adott problémában az alkalmazhatóságát indokolja.
8. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
9. A dolgozatot tollal írja, de az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
10. Minden feladatnál csak egyféle megoldás értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
11. Kérjük, hogy a **szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

I.

1. Oldja meg az alábbi egyenleteket a valós számok halmazán!

a) $\frac{8}{2x^2 - 6x + 8} - x^2 + 3x - 1 = 3$

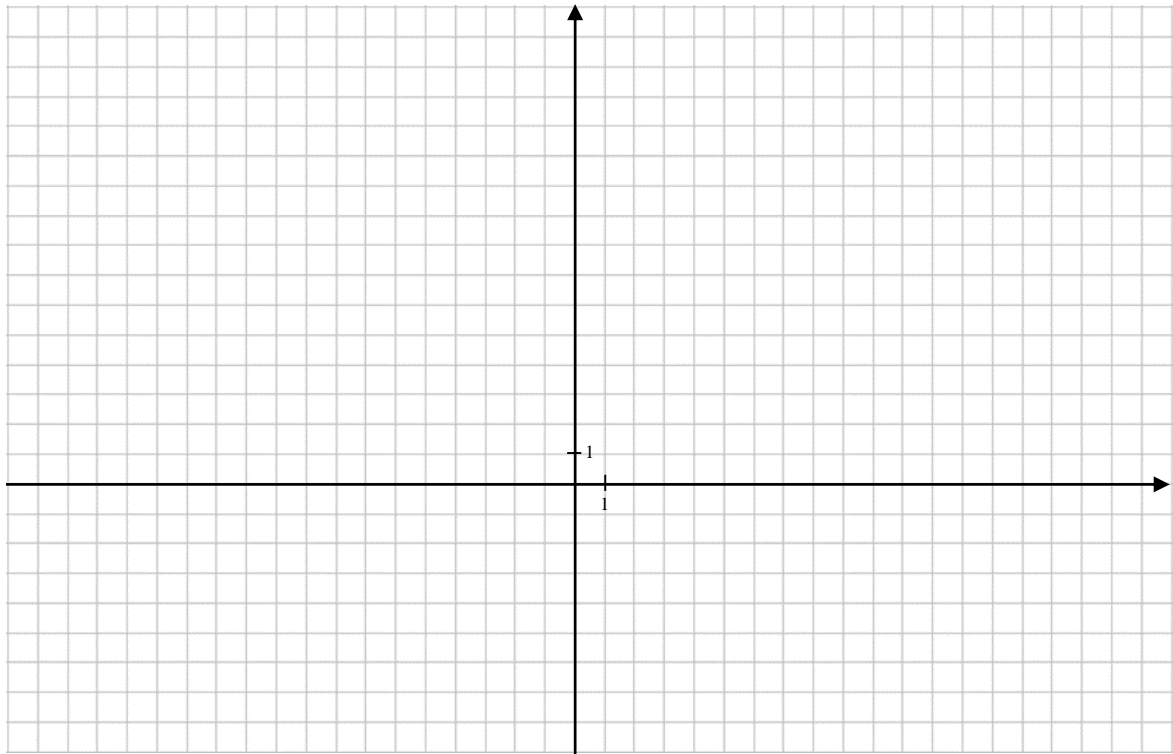
b) $\sin 2x + \cos x = 0$

a)	6 pont	
b)	6 pont	
Ö.:	12 pont	

2.

- a) Egy 5 cm sugarú kör két érintője merőleges egymásra. Mekkora az érintési pontok távolsága?
- b) Egy ABC háromszög csúcspontjainak koordinátái: $A(0; 10)$, $B(8; 0)$, $C(x; 14)$. Mekkora x értéke, ha az ABC háromszög területe 36 területegység?

a)	2 pont	
b)	10 pont	
Ö.:	12 pont	



3. Egy társaságban összeírták mindenki lábméretét, hogy cipőket tudjanak rendelni. Az adatok a következők lettek: 36, 42, 48, 39, 36, 41, 41, 36.
- a) Mekkora a sokaság módusza, mediánja, szórása, számtani és mértani átlaga?
- b) A rendelés után a társaság tagjai le szeretnének ülni vacsorázni egy körasztalhoz. Hányféleképpen tehetik ezt meg, ha az azonos lábméretű emberek egymás mellé szeretnének ülni?

a)	8 pont	
b)	5 pont	
Ö.:	13 pont	

4. Egy 6 tagú társaságban mindenkinek 3 barátja van. Kaptak három páros mozijegyet, de mindenki csak a barátjával szeretne moziba menni.
- a) El tudnak-e menni mind a hatan mozizni az ajándék jegyekkel? Válaszát indokolja!
 - b) Hányféleképpen ülhetnek le a teremben, ha mind a 6-an ugyanarra a filmre mennek, és van köztük egy pár, akik egymás mellé szeretnének kerülni?
 - c) Tagadja az alábbi állítást!
Minden film 90 perc hosszú.
 - d) Adja meg igazságtábla segítségével, hogy milyen Q értékekre ad hamis értéket a $(P \vee Q) \vee \neg P$ kifejezés!

a)	4 pont	
b)	3 pont	
c)	2 pont	
d)	5 pont	
Ö.:	14 pont	

II.

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

5.

- a) Adja meg az alábbi kifejezés értelmezési tartományát a valós számok halmazán!

$$\log_{x-3}(3x^2 - 6x - 72) + \sqrt{x^2 - 7x - 18}$$

- b) Oldja meg az alábbi egyenletrendszert a valós számok halmazán!

$$\begin{cases} 4^{\log_2(x+y) - \log_2(x-y)} = \frac{49}{16} \\ \sqrt{3^{x-3y}} = \sqrt[3]{27} \end{cases}$$

a)	4 pont	
b)	12 pont	
Ö.:	16 pont	

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

6.

- a) Bizonyítsa be, hogy egy n oldalú konvex sokszög külső szögeinek összege 360° !
- b) Hány oldala van annak a szabályos sokszögnek, amelyről tudjuk, hogy 6-szor annyi átlója van, mint oldala?
- c) Számolja ki az előző sokszög területét, ha a sokszög minden oldala 6 cm hosszú!

a)	4 pont	
b)	4 pont	
c)	8 pont	
Ö.:	16 pont	

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

7. Egy 8 cm oldalú szabályos háromszöget megforgatunk egy, az egyik csúcán átmenő és a szemközti oldallal párhuzamos egyenes körül.

a) Mekkora az így kapott forgástest térfogata és felszíne?

Egy gyárban ilyen alakú testeket gyártanak, amelyeket egy másik helyen tovább alakítanak. Ahhoz, hogy átszállítsák, be kell őket dobozolni. Egy dobozba 100 darab kerül, és átlagosan minden 20. termék hibás.

b) Ha kiválasztunk 10-et egy dobozból, mekkora a valószínűsége, hogy pontosan 2 hibás darab lesz köztük? A válaszát 4 tizedesjegyre kerekítve adja meg!

a)	12 pont	
b)	4 pont	
Ö.:	16 pont	

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

8. Véletlenszerűen kiválasztunk két együtthatót az $(x+1)^5$ hatvány kibontott alakjából.
- a) Hányféleképpen rendezhetjük sorba az előbbi párosításokat?
 - b) Mekkora a valószínűsége, hogy az összegük nagyobb, mint 10?
 - c) Egy sorozat első tagja 9658, további tagjait úgy kapjuk, hogy az előző tag számjegyeinek összegét 13-mal megszorozzuk. Mi a 2017. tag?

a)	3 pont	
b)	8 pont	
c)	5 pont	
Ö.:	16 pont	

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

9. Bence alapított egy hajótársaságot, de nem tudja, hogyan optimalizálja a költségeit. Mivel még nem áll rendelkezésére a szükséges kezdőtőke, ezért bérelnie kell a hajókat. Egy hajót 480 Ft/óra kedvezményes áron tud kölcsönözni egy barátjától a 10 kilométeres útra, valamint az üzemanyagköltséget az $f(v) = 0,02 \cdot v^3$ függvény írja le, ahol v a sebességet jelöli.

- a) Segítsen neki kiszámolni, hogy mekkora sebesség mellett lesz minimális a hajózás költsége!

Tamás is beszállt az üzletbe, de a társaságra felfigyeltek a kalózok, akik váltságdíjat követelnek a területükön áthaladó szállítóktól. Átlagosan 1 óránként talál rájuk egy ellenőrző hajó, amely 5000 Ft-ot kér, hogy továbbengedje őket.

- b) A fentiek ismeretében mennyivel haladjanak a hajósok az előző útvonalon, hogy minimalizálják a váltságdíj és a hajóval való utazás költségeit?

a)	8 pont	
b)	8 pont	
Ö.:	16 pont	

	feladat sorszám	maximális pontszám	elért pontszám	maximális pontszám	elért pontszám
I. rész	1.	12		51	
	2.	13			
	3.	13			
	4.	13			
II. rész		16		64	
		16			
		16			
		16			
		← nem választott feladat			
Az írásbeli próbavizsga pontszáma				115	

javító tanár