MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ PRÓBAÉRETTSÉGI VIZSGA

MEGOLDÓKULCS

STUDIUM GENERALE MATEMATIKA SZEKCIÓ

PRÓBAÉRETTSÉGI VIZSGA • 2017. február 18.

MATEMATIKA PRÓBAÉRETTSÉGI MEGOLDÓKULCS

– KÖZÉPSZINT –

I. rész: Az alábbi 12 feladat megoldása kötelező volt!

1) Hányféleképpen tud egy nyolcfős baráti társaság leülni egy kórasztalhoz? (2 pont)

Megoldás:

A feladatot a ciklikus permutáció képletével oldjuk meg. Ez alapján a lehetőségek száma $(8-1)!$

Ezt kiszámolva megkapjuk az eredményt, miszerint a lehetőségek száma $\mathbf{7! = 5040}$.

(2 pont)

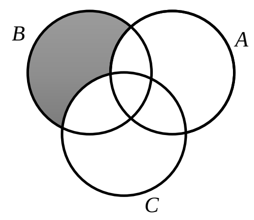
Összesen: 2 pont

2) Írja fel halmazműveletekkel az ábrán besatírozott területet! (2 pont)

Megoldás:

A besatírozott terület felírható például: $(\boldsymbol{A \cup B \cup C}) \setminus (\boldsymbol{A \cup C})$ vagy $\boldsymbol{B} \setminus (\boldsymbol{A \cup C})$.

Minden más ekvivalens felírás elfogadható. (2 pont)



Összesen: 2 pont

3) Egy cukrászda különleges, többízű tortája úgy van felosztva, hogy a teljes torta $\frac{1}{3}$ része csokis, a maradék rész $\frac{3}{4}$-e epres, a többi pedig feketeerdő ízesítésű. Andris találomra vesz el egy szeletet a még érintetlen tortából. Mekkora a valószínűsége, hogy feketeerdő ízűt vesz el? (3 pont)

Megoldás:

A teljes tortát vesszük 1 egésznek. Ha ennek az $\frac{1}{3}$ része csokis, az azt jelenti hogy $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$ rész epres vagy feketeerdő ízű. (1 pont)

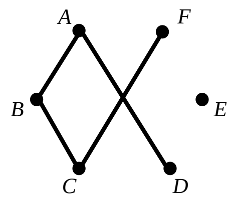
$\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}=\frac{1}{2}$ része lesz a teljes tortának epres, ennek alapján $1-\frac{1}{3}-\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$ része lesz a teljes tortának feketeerdő ízesítésű. (1 pont)

Ez az arány megfelel a valószínűségnek is, tehát $\boldsymbol{P=\frac{1}{6}}$. (1 pont)

Összesen: 3 pont

4) Adja meg az ábrán látható gráf fokszámainak összegét!

Rajzoljon be az alábbi gráfba úgy egy élt, hogy az *E*-ből *B*-be vezető út 2 él hosszúságú legyen! (2 pont)



Megoldás:

A gráf fokszámainak összege: $2+2+2+1+1=\mathbf{8}$. (1 pont)

Kétféle él is eleget tesz a feltételnek. Az éleket vagy a $\boldsymbol{CE}$ vagy az $\boldsymbol{AE}$ csúcspontokkal lehet megadni. (1 pont)

Összesen: 2 pont

5) Egy kabát árát egy leárazás keretein belül csökkentették 15%-kal, majd az akció végeztével 15%-kal emelték. Jelenleg 13 685 Forintért árusítja a bolt a kabátot. Számítsa ki, mennyi volt eredetileg a kabát ára! (3 pont)

Megoldás:

A kabát eredeti árát jelöljük x-szel.

$x\cdot(1-0,15)\cdot(1+0,15)=13685$

$x\cdot 0,85\cdot 1,15=13685$ (1 pont)

Az egyenletet rendezve megkapjuk, hogy $x=\dfrac{13685}{0,85\cdot 1,15}=\dfrac{13685}{0,9775}=\mathbf{14000\ Ft}$ (2 pont)

Összesen: 3 pont

6) Számológép használata nélkül határozza meg a két kifejezés közötti relációt! Számításait részletezze!

$$\boldsymbol{A}=\mathbf{8^{\log_2 3}} \qquad \boldsymbol{B}=\sqrt[3]{\mathbf{2^9}}$$ **(3 pont)**

Megoldás:

$A=8^{\log_2 3}=\left(2^3\right)^{\log_2 3}=2^{3\cdot\log_2 3}=2^{\log_2 3^3}=3^3=27$ (1 pont)

$B=\sqrt[3]{2^9}=2^{\frac{9}{3}}=2^3=8$ (1 pont)

A pontos értékek alapján megállapítható a reláció, miszerint $\boldsymbol{A}>\boldsymbol{B}$. (1 pont)

Összesen: 3 pont

7) Határozza meg az alábbi állítások logikai értékét!

a) $(8;12)=24$

b) Két prímszám összege mindig páros.

c) Azok a számok, melyek oszthatóak 2-vel és 6-tal, oszthatóak 12-vel is. (3 pont)

Megoldás:

a) $(8;12)=24$ **Hamis**, mert a legnagyobb közös osztójuk a 4. (1 pont)

b) Két prímszám összege mindig páros. **Hamis**, mert ha az egyik prímszám a 2, akkor az összeg páratlan lesz. (1 pont)

c) Azok a számok, melyek oszthatóak 2-vel és 6-tal, oszthatóak 12-vel is. **Hamis**, mert a 12-vel való oszthatóság szabálya, hogy a szám 3-mal és 4-gyel is osztható legyen. (1 pont)

Összesen: 3 pont

8) Számítsa ki a β szög nagyságát! Egy tizedesjegyre kerekítsen! (3 pont)

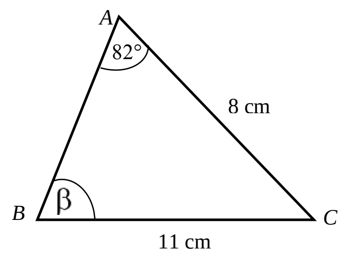
Megoldás:

A szöget a szinusz-tétel alkalmazásával tudjuk kiszámolni.

Ez alapján felírható egy egyenlet, miszerint $\dfrac{\sin\beta}{8}=\dfrac{\sin 82°}{11}$

(2 pont)

Az egyenletet megoldva megkapjuk a megoldást, miszerint $\boldsymbol{\beta=46,1°}$. (1 pont)



Összesen: 3 pont

9) Oldja meg a következő egyenletet a negatív számok halmazán!

$$|x-3|=7$$

Válaszát indokolja! (2 pont)

Megoldás:

I. eset: $x \geq 3 \Rightarrow x-3=7 \Rightarrow x_1=10 \quad x_1 \notin \mathbb{R}^-$ (1 pont)

II. eset: $x<3 \Rightarrow x-3=-7 \Rightarrow \mathbf{x_2=-4}$ (1 pont)

Összesen: 2 pont

10) Egyszerűsítse az alábbi kifejezést, ha $a; b; c \neq 0$; $b \neq 1$ és $b \neq -1$!

$$\frac{abc-ab^3c}{b^2c}:\frac{(1+b)(1-b)}{a^2b}$$ **(3 pont)**

Megoldás:

$$\frac{abc-ab^3c}{b^2c}:\frac{(1+b)(1-b)}{a^2b}=\frac{abc-ab^3c}{b^2c}\cdot\frac{a^2b}{(1+b)(1-b)}=$$ (1 pont)

$$=\frac{abc(1-b^2)}{b^2c}\cdot\frac{a^2b}{(1-b^2)}=\frac{abc}{b^2c}\cdot a^2b=$$ (1 pont)

$$=\boldsymbol{a^3}$$ (1 pont)

Összesen: 3 pont

11) Boglárka pénztárcájában a hónap második napján 2000 Ft található. Tudjuk, hogy minden nap felére csökken pénztárcájában az összeg. Hány forint marad a tárcájában a hatodik napon? (2 pont)

Megoldás:

Mértani sorozatot alkalmazunk:

$a_2=2000$ és $q=\frac{1}{2}$ (1 pont)

$a_6=2000\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^4=$ **125 Ft** (1 pont)

(Akkor is jár a maximális pontszám, ha a tanuló 4-szer egymás után leoszt 2-vel.)

Összesen: 2 pont

12) Adja meg egy olyan másodfokú függvény hozzárendelési szabályát, melynek két zérushelye az $x_1=2$ és az $x_2=4$! (2 pont)

Megoldás:

Bármilyen másodfokú függvény megfelel, mely eleget tesz az $y=a(x-2)(x-4)$ alakú egyenletnek, ahol $a \in \mathbb{R}$. Egy lehetséges megoldás például: $\boldsymbol{f(x)=(x-2)(x-4)=x^2-6x+8=(x-3)^2-1}$.

(2 pont)

Összesen: 2 pont

Maximális elérhető pontszám: 30 pont

II/A. rész: Az alábbi három példa megoldása kötelező volt!

13)

a) Egy színház földszinti nézőterének első sora 22 székből áll. Minden sorban az előtte lévőnél 2 székkel több található. A földszinti nézőtéren összesen 1530 szék van. Hány széksort számolhatunk a földszinten? (8 pont)

b) Péter saját darabot tervez, mely költségeinek fedezésére 2012 januárjában betette a bankba félretett pénzét. A bank minden év utolsó napján jóváírja az éves 18%-os kamatot. Péter 2017. február 18-án 750 000 Forintot vett ki bankszámlájáról (a bankszámla egyenlege ezek után 0 Ft lett). Mekkora összeget tett be eredetileg a bankba? Eredményét egészre kerekítve adja meg! (4 pont)

Megoldás:

a) Számtani sorozattal oldjuk meg a feladatot.

A színház földszintjén lévő székek számát fel tudjuk írni: $S_n = 1530$, valamint tudjuk még, hogy $a_1 = 22$ és $d = 2$ (1 pont)

A sorozat összegképletét felhasználva felírhatjuk az alábbi egyenletet:

$$1530 = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n \qquad \text{(1 pont)}$$

$$1530 = \frac{a_1 + a_1 + (n-1) \cdot d}{2} \cdot n$$

Az adatokat behelyettesítve megkapjuk:

$$1530 = \frac{22 + 22 + (n-1) \cdot 2}{2} \cdot n \qquad \text{(2 pont)}$$

$$1530 = \left(22 + (n-1)\right) \cdot n$$

$$n^2 + 21n - 1530 = 0 \qquad \text{(1 pont)}$$

A másodfokú egyenlet megoldóképletébe való behelyettesítéssel két megoldást kapunk:

$\boldsymbol{n_1 = 30}$ és $n_2 = -51 \notin \text{ÉT}$, így csak egy megoldásunk lesz. (2 pont)

Így tehát megkaptuk, hogy a színház földszinti nézőterén összesen 30 sor található. (1 pont)

b) Mértani sorozatként értelmezzük a feladatot.

Az eredetileg behelyezett összeget jelöljük x-szel.

2012 januárja óta összesen 5-ször történt kamatjóváírás. (1 pont)

A kamatos kamat képletét felhasználva felírható az egyenlet, miszerint

$$x \cdot 1{,}18^5 = 750\,000 \qquad \text{(1 pont)}$$

$$x \approx \mathbf{327\,832\ Ft} \qquad \text{(1 pont)}$$

Tehát Péter eredetileg 327 832 forintot helyezett el a bankban. (1 pont)

Összesen: 12 pont

14) Oldja meg a következő egyenleteket a valós számok halmazán!

a) $\mathbf{4\cos^2 x + 17\sin x = 8}$ **(7 pont)**

b) $\dfrac{\mathbf{4}^x}{\left(\dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)} = \left(\sqrt{2}\right)^2$ **(5 pont)**

Megoldás:

a) $4\cos^2 x + 17\sin x = 8 \Rightarrow 4\left(1 - \sin^2 x\right) + 17\sin x = 8$ (1 pont)

$4 - 4\sin^2 x + 17\sin x = 8 \Rightarrow -4\sin^2 x + 17\sin x - 4 = 0$

$\sin x = a$

$-4a^2 + 17a - 4 = 0$ (2 pont)

Behelyettesítve a másodfokú megoldóképletbe:

$a_1 = 4 \notin \mathrm{R}_f$ (1 pont)

$a_2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \sin x = \frac{1}{4}$ (1 pont)

$\boldsymbol{x_1 = 0{,}2527 + 2k\pi \qquad k \in \mathbb{Z}}$ (1 pont)

$\boldsymbol{x_2 = 2{,}8889 + 2l\pi \qquad l \in \mathbb{Z}}$ (1 pont)

(Amennyiben a vizsgázó a periódust, vagy az egész számokra való kikötést lehagyja, fél pont adható. A megoldások fokban való megadásáért maximum 1 pont adható.)

b) $\frac{4^x}{\left(\frac{1}{2}\right)} = \left(\sqrt{2}\right)^2 \Rightarrow \frac{2^{2x}}{2^{-1}} = \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^2$ (1 pont)

$2^{2x+1} = 2$ (1 pont)

Az exponenciális függvény szigorú monotonitása miatt. (1 pont)

$2x + 1 = 1$

$\boldsymbol{x = 0}$ (1 pont)

Ellenőrzés… (1 pont)

Összesen: 12 pont

15) Adott a koordináta-rendszerben négy egyenes, melyek egy *ABCD* négyszöget határoznak meg.

I. *f* egyenes párhuzamos az x tengellyel

II. *g* egyenes: $y = 2x - 3$

III. *f* és *h* egyenesek metszéspontja $A(-5;4)$, *h* egyenes meredeksége -4

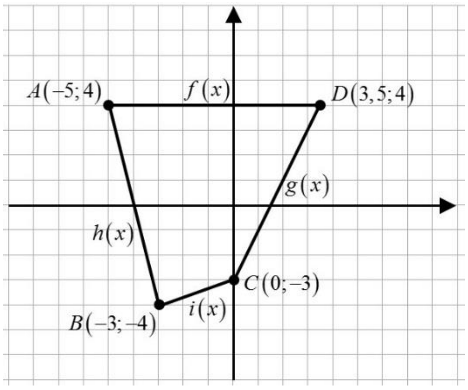
IV. *g* és *i* egyenesek metszéspontja $C(0;-3)$ és $\overrightarrow{BC}(3;1)$

a) Határozza meg a hiányzó csúcsok koordinátáit és a hiányzó egyenesek egyenleteit! Ábrázolja a négyszöget a koordináta-rendszerben! (8 pont)

b) Adja meg az $x^2 - 4x + y^2 - 2y = 20$ egyenletű kör középpontjának az origótól vett távolságát és a kör sugarának hosszát! (4 pont)

Megoldás:

a) Az I. és III. állítás segítségével felrajzolható az $f(x)$ egyenes, melynek egyenlete $\mathbf{y = 4}$. (1 pont)



Az f és g egyenes metszéspontját jelölő D csúcsra felírható az egyenlet:

$$\left.\begin{array}{l} y = 4 \\ y = 2x - 3 \end{array}\right\} 4 = 2x - 3 \Rightarrow x = 3{,}5 \Rightarrow \boldsymbol{D(3{,}5;\ 4)}$$

(1 pont)

A III. állítás alapján felrajzolhatjuk a $h(x)$ egyenest, melynek egyenlete:

$$\left.\begin{array}{l} h(x) = -4x + b \\ h(-5) = -4\cdot(-5) + b = 4 \Rightarrow b = -16 \end{array}\right\} \boldsymbol{y = -4x - 16}$$ (1 pont)

A *B* csúcs meghatározásához a IV. állítást használjuk.

$$\left.\begin{array}{l} 3 = 0 - b_1 \Rightarrow b_1 = -3 \\ 1 = -3 - b_2 \Rightarrow b_2 = -4 \end{array}\right\} \Rightarrow \boldsymbol{B(-3;-4)}$$ (2 pont)

Az $i(x)$ egyenes egyenlete felírható az általános $y = mx + b$ alakkal (a meredekség és a tengelymetszet is leolvasható), ez alapján az egyenlet $\boldsymbol{y = \frac{1}{3}x - 3}$. (1 pont)

Ábra felrajzolása. (2 pont)

b) A kör egyenletét átalakítjuk:

$(x-2)^2 + (y-1)^2 = 25$ (2 pont)

Innen leolvashatóak a kör középpontjának koordinátái és a sugár hossza.

$K(2;1)$ $\quad$ **r = 5 egység** (1 pont)

A középpont és az origó távolságának meghatározására a két pont közti távolság képletét használjuk. Ez alapján:

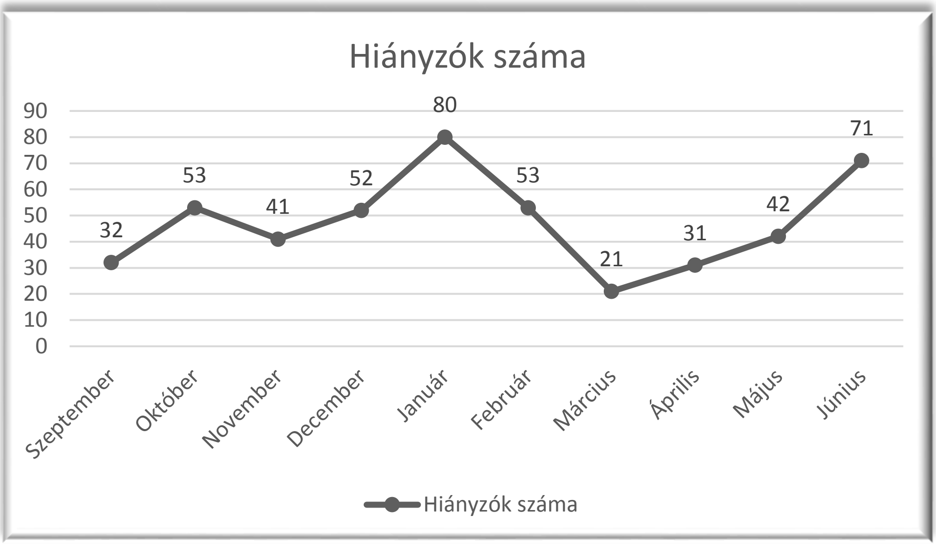
$\sqrt{(2-0)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{5} \approx \mathbf{2{,}24}$ **egység** (1 pont)

Összesen: 12 pont

Maximális elérhető pontszám: 36 pont

II/B. rész: Az alábbi három példa közül kettőt kellett megoldani!

16) Az alábbi diagramon egy iskolában készített kimutatás látható, mely során azt mérték fel, hogy a teljes iskola létszámát tekintve havonta átlagosan hányan hiányoztak.



a) Átlagosan hányan hiányoztak havonta az év során? (3 pont)

b) Az első félévre nézve (ami januárral bezárólag ér véget) számítsa ki az adatok szórását az éves átlagot figyelembe véve! Szövegesen értelmezze a kapott eredményt! (5 pont)

A következő táblázat az érettségizők matematika érettségi pontszámainak gyakoriságát mutatja. (3 pont)

Pontszám	**89**	**91**	**92**	**94**	**95**	**98**
Gyakoriság	**3**	**1**	**2**	**6**	**2**	**1**
Relatív gyakoriság						

c) Számítsa ki az adatok relatív gyakoriságát! (3 pont)

d) Adja meg a pontszámok móduszát és mediánját! (2 pont)

e) Készítsen oszlopdiagramot az érettségi eredmények adataiból! (4 pont)

Megoldás:

a) $\overline{Y} = \dfrac{32+53+41+52+80+53+21+31+42+71}{10} = \dfrac{476}{10} = \mathbf{47,6\ fő}$ (2 pont)

A teljes tanévet nézve havonta átlagosan 47,6 fő hiányzott. (1 pont)

b) $\sigma = \sqrt{\dfrac{(32-47,6)^2+(53-47,6)^2+(41-47,6)^2+(52-47,6)^2+(80-47,6)^2}{5}}$ (3 pont)

$\sigma = \sqrt{\dfrac{1385,2}{5}} = \sqrt{277,04} \approx \mathbf{16,64\ fő}$ (1 pont)

Az első félévet tekintve az átlagos hiányzási számtól átlagosan 16,64 fővel tért el a hiányzók száma. (1 pont)

c) A gyakoriságok alapján megállapíthatjuk, hogy összesen 15 diák érettségi eredményét látjuk.

Pontszám	89	91	92	94	95	98
Gyakoriság	3	1	2	6	2	1

Relatív gyakoriság	$\mathbf{\frac{3}{15}}$	$\mathbf{\frac{1}{15}}$	$\mathbf{\frac{2}{15}}$	$\mathbf{\frac{6}{15}}$	$\mathbf{\frac{2}{15}}$	$\mathbf{\frac{1}{15}}$

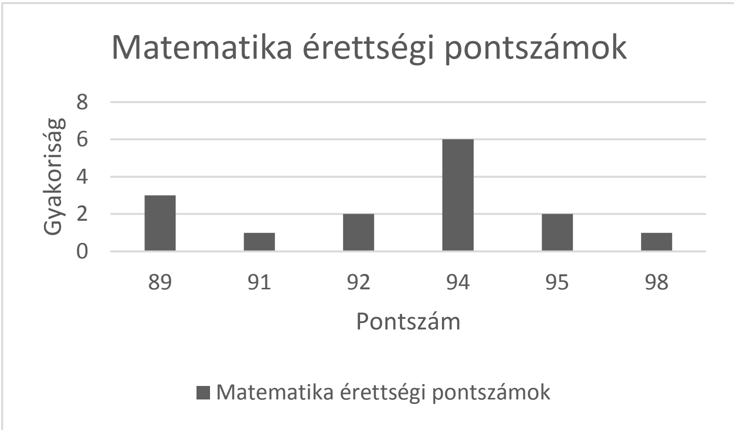
(3 pont)

(A vizsgázó cellánként 0,5 pontot kapjon. Amennyiben a tört nevezőjét elszámolja, de azt leszámítva konzekvensen írja végig a relatív gyakoriságokat, 2 pont adható.)

d) Módusz (leggyakoribb adat): **94 pont** (1 pont)

Medián (sorbarendezést követően középső adat): **94 pont** (1 pont)

e)



(4 pont)

(A vizsgázó a tengelyek helyes megjelöléséért 1-1 pontot kap, míg az adatok helyes ábrázolásáért 2 pontot)

Összesen: 17 pont

17)

a) Egy szabályos konvex sokszög átlóinak száma 20. Számítsa ki a sokszög oldalainak számát! (4 pont)

b) Adja meg a szabályos tizenkétszög egy belső szögének nagyságát! (2 pont)

István, az asztalos mester olyan asztalt készít, melynek lábai szabályos hatszög alapú hasábok. A hasáb alapjának területe $40\ \mathrm{cm}^2$, magassága $150\ \mathrm{cm}$. István egy azonos magasságú, henger alakú farönkből faragja ki az asztal egy lábát, melynek alapköre a hatszög körülírható körének nagyságával egyenlő.

c) A farönk hány százaléka lesz hulladék? Ha a hulladékelszállítás költsége 420 Ft 50 cm³-ként, mennyit fog István ezért fizetni? Válaszait egészre kerekítse! (11 pont)

Megoldás:

a) Az átlók számának képletéből visszavezethető az oldalak száma.

$\frac{n(n-3)}{2} = 20 \Rightarrow n^2 - 3n - 40 = 0 \Rightarrow \boldsymbol{n_1 = 8} \qquad n_2 = -5 \notin \text{ÉT}$ (2 pont)

Mivel a sokszög oldalainak száma nem lehet negatív, így csak egy megoldásunk van. (1 pont)

Tehát a konvex sokszögünk oldalainak száma 8. (1 pont)

b) $\frac{(12-2)\cdot 180°}{12} = \mathbf{150°}$ (1 pont)

Tehát a szabályos tizenkétszög egy belső szöge 150°-os. (1 pont)

c) A szabályos sokszög területképletét használjuk a megoldáshoz.

$T=\dfrac{n\cdot R^2\cdot\sin\alpha}{2}$, ahol $T=40$; $n=6$; $\alpha=60°$ (2 pont)

$40=\dfrac{6\cdot R^2\cdot\sin 60°}{2}\Rightarrow R\approx 3,92\ \text{cm}$ (2 pont)

Más megoldásmenet:

A hasáb alapja 6 db szabályos háromszögből áll. Egy szabályos háromszög területe $\dfrac{40}{6}=6,67\ \text{cm}^2$. (1 pont)

A háromszög általános területképletét használjuk, ahol a szabályos háromszög oldala a.

$\dfrac{a\cdot m_a}{2}=6,67$. (1 pont)

A háromszög magasságát átírhatjuk: $\operatorname{tg}60°=\dfrac{m_a}{\frac{a}{2}}\Rightarrow m_a=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ (1 pont)

$a\cdot\dfrac{a\sqrt{3}}{2}=13,33\Rightarrow a=3,92\ \text{cm}$,ami megegyezik a körülírható kör sugarával. (1 pont)

$$\left.\begin{aligned}V_{\text{hasáb}}&=40\cdot 150=6000\ \text{cm}^3\\ V_{\text{farönk}}&=3,92^2\cdot\pi\cdot 150=7241,25\ \text{cm}^3\end{aligned}\right\}1241,25\ \text{cm}^3\ \text{felesleg}$$ (3 pont)

$\dfrac{1241,25}{7241,25}=0,1714\Rightarrow \mathbf{17\ \%}$ (1 pont)

$\dfrac{1241,25}{50}=24,825\Rightarrow 24,825\cdot 420\approx \mathbf{10\,427\ Ft}$ (2 pont)

Tehát összesen a farönk **17%-a lesz hulladék**, aminek elszállítása **10 427 Ft-ba kerül**. (1 pont)

Összesen: 17 pont

18)

a) Oldja meg az alábbi egyenlőtlenséget, amennyiben $x\in[0;4]$! (8 pont)

$$\frac{3x^2-7x+2}{x-1}>0$$

b) Az értelmezési tartományból kiválasztunk egy természetes számot. Mi a valószínűsége, hogy az általunk kiválasztott szám megoldása az egyenlőtlenségnek? (3 pont)

c) Átlagosan egy osztályban a diákok 46%-a tudja helyesen megoldani a feladatot. Mekkora a valószínűsége annak, hogy 10 diákot kiválasztva legfeljebb 1 diák nem tudta megoldani a feladatot? (6 pont)

Megoldás:

a) Kikötés: $x\neq 1$

Egy tört akkor és csak akkor nagyobb, mint 0, ha a számláló és a nevező előjele azonos. (1 pont)

Külön vizsgáljuk az előjeleket.

A számlálót egyenlővé tesszük 0-val, így megállapítjuk a zérushelyeit.

$3x^2-7x+2=0\Rightarrow x_1=\dfrac{1}{3};x_2=2$ (2 pont)

Mivel a parabolánk konvex, így tudhatjuk, hogy a két zérushely között vesz fel negatív értékeket. (Ez a megállapítás behelyettesítéssel is belátható.)

A nevező $x=1$ helyen vált előjelet. (1 pont)

Egy táblázatba felírjuk a számláló és nevező előjeleinek változásait. (Abban az esetben is jár a maximális pontszám, ha nem táblázatba foglalva írja le az eseteket.) (3 pont)

	0	$\left]0;\frac{1}{3}\right[$	$\frac{1}{3}$	$\left]\frac{1}{3};1\right[$	1	$]1;2[$	2	$]2;4[$	4
Számláló	+	+	0	-	-	-	0	+	+
Nevező	-	-	-	-	nem ért.	+	+	+	+
Tört	-	-	0	+	nem ért.	-	0	+	+

A táblázat alapján leolvasható, hogy a tört a feladat által megadott értelmezési tartományt tekintve két intervallumban vesz fel pozitív értéket.

Tehát a törtünk az alábbi tartományban pozitív: $\boldsymbol{x \in \left]\frac{1}{3};1\right[\cup]2;4]}$. (1 pont)

b) A valószínűség klasszikus képletét használjuk, azaz $P = \frac{\text{kedvező}}{\text{összes}}$.

A kedvező eseteket behelyettesítéssel vagy az a) rész alapján megállapíthatjuk. Az egyenlőtlenségünket az $x = 3;4$ számok elégítik ki. Így a kedvező esetek száma 2. (1 pont)

Az összes eset számának megállapításakor figyelembe kell vennünk, hogy kikötöttük, hogy $x \neq 1$. Ez alapján az összes esetünk 4. ($x = 0;2;3;4$) (1 pont)

A valószínűségünk tehát $P = \frac{2}{4} = \boldsymbol{\frac{1}{2} = 0,5 \Rightarrow 50\%}$. (1 pont)

c) A feladat megoldásához a binomiális eloszlás képletét kell használnunk. (1 pont)

A diákok 46%-a tudja megoldani a feladatot, így tudjuk, hogy 54%-uk nem tudja megoldani.

Ha legfeljebb egyikük $\Rightarrow$ 0 vagy 1 fő nem tudja megoldani. Ezek egymást kizáró események, így a valószínűségeket összeadjuk. (2 pont)

$P = \binom{10}{0} \cdot 0,54^0 \cdot 0,46^{10} + \binom{10}{1} \cdot 0,54^1 \cdot 0,46^9 = \boldsymbol{0,0054 \Rightarrow 0,54\%}$ (2 pont)

0,0054 annak a valószínűsége, hogy legfeljebb 1 diák nem tudja megoldani a feladatot. (1 pont)

Összesen: 17 pont

Maximális elérhető pontszám: 34 pont

A próbaérettségi során szerezhető maximális pontszám: 100 pont